

離散数学入門 c レポート課題 No. 2

解答例

1.  $\bar{3}^2 = \bar{9} = \bar{2}$ ,  $\bar{3}^3 = \bar{3}^2 \cdot \bar{3} = \bar{2} \cdot \bar{3} = \bar{6}$ ,  $\bar{3}^4 = \bar{3}^3 \cdot \bar{3} = \bar{6} \cdot \bar{3} = \bar{18} = \bar{4}$ ,  $\bar{3}^5 = \bar{3}^4 \cdot \bar{3} = \bar{4} \cdot \bar{3} = \bar{12} = \bar{5}$  となる .  
よって ,

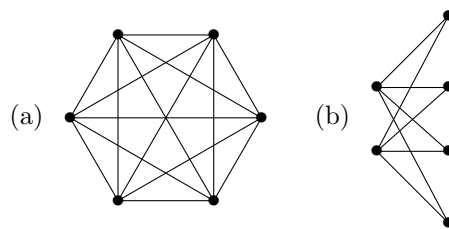
$$(\mathbb{Z}/7\mathbb{Z})^* = \{\bar{1}, \bar{3}, \bar{3}^2, \bar{3}^3, \bar{3}^4, \bar{3}^5\}$$

となるから ,  $((\mathbb{Z}/7\mathbb{Z})^*, \cdot)$  は巡回群であり ,  $\bar{3}$  はその生成元である .

( $\bar{5}$  も生成元になるので ,  $\bar{3}$  のかわりに  $\bar{5}$  を生成元として答えてもよい .)

2. 20 個の整数を 19 で割った余りで分類すると , 鳩の巣原理より , 余りが等しくなる整数が少なくとも 2 つ存在する . このような 2 つの整数の差は 19 の倍数である .

3.



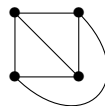
4. (a)  $d(P_1) = 3$ ,  $d(P_2) = 5$ ,  $d(P_3) = 4$ ,  $d(P_4) = 5$ ,  $d(P_5) = 3$ ,  $d(P_6) = 2$ .

(b)  $P_1, P_2, P_4, P_5$ .

(c) オイラーの定理より , オイラーグラフの頂点はすべて偶頂点である . グラフ  $G$  は奇頂点を 4 個持つから , オイラーグラフでない .

5. (a), (b).

(解説 : 平面上に描かれたどの辺も交差していないグラフを平面グラフといい , 平面グラフと同型なグラフを平面的であるという . (a) はすでに辺が交差しないように描かれている . (b) は次のように描きなおすと , 辺が交差しない .



(c) は完全グラフ  $K_5$  であり , 平面的でない .)