

離散数学入門 c レポート課題 No. 1

2012 年 5 月 8 日配布

提出日：2012 年 5 月 22 日

注意

- 5 月 22 日の講義の際に提出すること。
- 1 枚目の上部にコース・学修番号・氏名を書くこと。
- レポートが複数枚にわたるときは、左上をホッチキス等で綴じること。
- A4 レポート用紙を使用し、表面のみに解答すること。

問題

1. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ を全体集合とする。 U の部分集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 6\}$ に対して、次の集合を要素を列挙して表せ。ただし、 \bar{A} は A の補集合を表す。

$$(a) A \cap B \quad (b) A \cup B \quad (c) \bar{A} \quad (d) A \cap \bar{B}$$

2. 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$ に対して、次の集合を要素を列挙して表せ。ただし、 2^A は A のべき集合を表す。

$$(a) 2^A \quad (b) A \times B$$

3. $U = \{n \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 200\}$ を全体集合とする。 U の部分集合 $A = \{n \mid n \in U, n = 3k, k \in \mathbb{N}\}$, $B = \{n \mid n \in U, n = 5k, k \in \mathbb{N}\}$ に対して、次の要素の個数を求めよ。

$$(a) n(A) \quad (b) n(B) \quad (c) n(A \cap B) \quad (d) n(A \cup B) \quad (e) n(\bar{B}) \quad (f) n(\bar{A} \cap B)$$

4. 次の命題の否定を作り、その真偽を判定せよ。

$$(a) \forall x \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{Q} \quad (b) \exists x \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{R}$$

5. $n \in \mathbb{N}$ とする。「 n が 6 の倍数ならば、 n は 3 の倍数である」の逆、裏、対偶を述べよ。また、それらがすべての $n \in \mathbb{N}$ に対して成り立つかどうか判定せよ。

6. 写像 $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ を $f(x) = -x + 1$ で、写像 $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ を $g(x) = 2x$ で定義する。

(a) f, g は全射であるか、また、単射であるかそれぞれ判定せよ。さらに、全単射であるものについて逆写像を求めよ。

(b) 合成 $f \circ g, g \circ f$ をそれぞれ求めよ。

7. 集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ に対して、 A 上の関係 $R: \text{「} \equiv \pmod{3} \text{」}$ を、

$$m \equiv n \pmod{3} \iff m - n \text{ は } 3 \text{ の倍数}$$

で定義する。このとき、 R は同値関係であることを示せ。

8. 3 次対称群 $(S_3; \circ)$ を考える。 S_3 の要素

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

に対して、 $\sigma \circ \varphi, \varphi \circ \sigma, \sigma^{-1}, \varphi^{-1}$ を求め、上のように表せ。